

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΔΕΜΑ - Α

$$A_1 : \emptyset \in \wp P \text{ και } \alpha$$

$$A_2 : \text{---}$$

$$A_3 : \alpha \rightarrow \Sigma \quad \beta \rightarrow \Lambda \quad \gamma \rightarrow \Sigma \quad \delta \rightarrow \Lambda \quad \varepsilon \rightarrow \Sigma$$

ΔΕΜΑ - Β

$$B_1 : \text{ΠΡΑΓΜΑΤΑ : } \left. \begin{array}{l} x^0 \geq 0 \text{ και } x^2 \geq 0 \text{ και } x \geq 0 \\ x - \sqrt{5} \neq 0 \text{ και } x + \sqrt{5} \neq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x \geq 0 \\ x \neq \sqrt{5}, -\sqrt{5} \end{array}$$

$$\text{δηλ. } x \in \mathbb{R}_+^* - \{\sqrt{5}\}$$

$$B_2 : \text{---} \quad x \in \mathbb{R}_+^* - \{\sqrt{5}\}$$

$$(i) \text{---} : \Pi(x) = \frac{\sqrt[3]{(x^3)^3} - 5\sqrt[3]{x^3}}{(x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5})} = \frac{x^3 - 5x}{x^2 - 5} = \frac{x\sqrt{x^2-5}}{x^2-5}$$

$$\text{δηλ. } \Pi(x) = x \quad \textcircled{1}$$

$$(ii) \text{ Η εξίσωση } |\Pi(x^2 - 3x + 2)| = x^2 - 3x + 2 \quad \text{---}$$

από (i) προκύπτει

$$|x^2 - 3x + 2| = x^2 - 3x + 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 \geq 0 \quad (2)$$

το ποσοστό του
αριθμού (2)

$$\begin{array}{c|cccc} x & -\infty & 1 & 2 & +\infty \\ \hline \text{αριθμός} & + & 0 & - & + \end{array}$$

$$\text{---} \quad (2) \Leftrightarrow x \in (-\infty, -1] \cup [2, +\infty)$$

ΘΕΜΑ-Γ για το τριώνυμο $x^2 + \lambda x - (\lambda^2 + 1)$ ①
 \leftarrow λολε

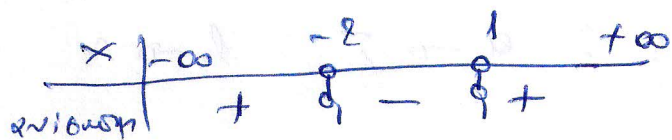
(Γ₁) για $\lambda = 1$ είναι $x^2 + 1 \cdot x - (1^2 + 1) = x^2 + x - 2$

η η ανίσωση διαφέρει:

$x^2 + x - 2 < 0$ ② η έχουμε ανίσωση β' βαθμού

ρίζες (...) = -2, 1

φασμα τριώνυμου



η η ② $\Leftrightarrow x \in (-2, 1)$

(Γ₂) Η εξίσωση $x(x + \lambda) = \lambda^2 + 1$ διαφέρει:

$x^2 + \lambda x = \lambda^2 + 1 \Leftrightarrow x^2 + \lambda x - (\lambda^2 + 1) = 0$ ③

έτσι: $\Delta = \lambda^2 + 4 \cdot 1 \cdot (\lambda^2 + 1) = 5\lambda^2 + 4 > 0$

για τούτο $\lambda \in \mathbb{R}$

Διότι η εξίσωση ③ έχει για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$
 2 ρίζες αλγεβρικές

(Γ₃) Για τις ρίζες της εξίσωσης ③, χρησιμοποιώντας τους νόμους Vietta, έχουμε:

$S = x_1 + x_2 = -\frac{\lambda}{1}$ \parallel φα $x_1 + x_2 = -\lambda$ ④
 $P = x_1 x_2 = -\frac{\lambda^2 + 1}{1}$ \parallel $x_1 x_2 = -(\lambda^2 + 1)$

έτσι έχουμε:

$\frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{-\lambda}{-(\lambda^2 + 1)} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\lambda}{\lambda^2 + 1} = \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \lambda^2 + 1 = -2\lambda \Leftrightarrow \lambda^2 + 2\lambda + 1 = 0 \Leftrightarrow (\lambda + 1)^2 = 0 \Leftrightarrow \lambda = -1$

